

<http://jf.burnol.free.fr/ens.html#agrint>

# SUJETS POUR LES ORAUX DE L'AGRÉGATION INTERNE DE MATHÉMATIQUES

Listes extraites du [rapport du jury pour la session 2017](http://agrint.agreg.org/archives.html) (<http://agrint.agreg.org/archives.html>). Dernière consultation le 4 juillet 2017. L'auteur décline toute responsabilité en cas d'erreur de transcription, ne vous fiez qu'aux originaux.

Extraits du rapport du jury 2017, relatifs à la future session 2018 :

1. Les sujets numéros 104, 106, 114, 125, 144, 151, 155, 159, 208, 231, 241, 251, 256, 257, 260 et 264 verront [ont vu] leur libellé légèrement modifié.

Une nouvelle leçon sera [a été] introduite :

169 : « Structures quotients dans divers domaines de l'algèbre. Applications ».

2. Deux nouveaux sujets seront proposés :

- 454 : Exemples d'applications de la notion de compacité.
- 455 : Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels.

Le sujet 409 a été reformulé de la façon suivante : « Exemples d'utilisation de polynômes en analyse ». Il inclut bien sûr les polynômes orthogonaux du libellé précédent mais ouvre d'autres perspectives telles les courbes de Bézier ou les situations d'approximation en analyse, etc.

Les libellés des sujets 306, 313, 319, 350, 426, 430 et 435 ont été légèrement modifiés.

## Mise à jour le 7 septembre 2017 :

1. la leçon 342 a été supprimée pour la session 2018,
2. la leçon 406 a été supprimée pour la session 2018,

mais malheureusement le résumé des modifications tel que donné dans le rapport du jury a oublié de le préciser explicitement, d'où un oubli de ma part, que je répare seulement maintenant !

**ATTENTION** : je me fie au [rapport du jury pour la session 2017](http://agrint.agreg.org/archives.html) qui donne les sujets pour la session à venir 2018. Les liens suivants donnent encore les sujets de la session 2017 :

- <http://agrint.agreg.org/Lalg.pdf>
- <http://agrint.agreg.org/Lana.pdf>
- <http://agrint.agreg.org/Ealg.pdf>
- <http://agrint.agreg.org/Eana.pdf>



## LEÇONS D'ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

101 : Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.

102 : Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.

103 : Anneau  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . Applications.

104 : Nombres premiers. Propriétés et applications. (*intitulé modifié en 2018*)

106 : PGCD dans  $\mathbb{Z}$  et  $K[X]$ , où  $K$  est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications. (*intitulé modifié en 2018*)

107 : Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.

109 : Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.

110 : Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.

112 : Changements de bases en algèbre linéaire, en algèbre bilinéaire. Applications. (*intitulé modifié en 2017*)

113 : Déterminants. Applications.

114 : Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Illustration algorithmique. (*intitulé modifié en 2018*)

117 : Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.

119 : Utilisation des nombres complexes en géométrie.

120 : Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie. Applications.

121 : Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications géométriques.

123 : Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.

125 : Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, formes réduites. Applications. (*intitulé modifié en 2018*)

128 : Barycentres. Applications.

131 : Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples.

137 : Droites et cercles dans le plan affine euclidien.

142 : Utilisation de groupes en géométrie.

143 : Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.

144 : Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications. (*intitulé modifié en 2018*)

146 : Coniques.

150 : Diverses factorisations de matrices. Applications.

151 : Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications. (On supposera connues les notions de valeurs propres, vecteurs propres et sous-espace propres). (*intitulé modifié en 2018*)

155 : Systèmes d'équations linéaires. Applications. (*intitulé modifié en 2018*)

156 : Valeurs propres. Recherche et utilisation.

~~157 : Arithmétique dans  $\mathbb{Z}$ . (*supprimé en 2016*)~~

158 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

159 : Algorithme d'Euclide dans  $\mathbb{Z}$  et  $K[X]$  où  $K$  est un corps commutatif. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications. (*intitulé modifié en 2018*)

163 : Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.

165 : Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.

166 : Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications. (*depuis 2016*)

167 : Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications. (*depuis 2016*)

168 : Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines. (*depuis 2016*)

169 : Structures quotients dans divers domaines de l'algèbre. Applications. (*nouveau en 2018*)

## LEÇONS D'ANALYSE ET PROBABILITÉS

201 : Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence. Applications.

202 : Séries à termes réels positifs. Applications.

203 : Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence (les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs étant supposés connus).

204 : Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.

205 : Espaces préhilbertiens : projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie. Application à l'approximation des fonctions.

206 : Parties compactes de  $\mathbb{R}^n$ . Fonctions continues sur de telles parties. Exemples et applications.

207 : Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.

208 : Méthodes de recherche de points fixes. (*intitulé modifié en 2018*)

209 : Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.

210 : Séries entières de variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.

212 : Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.

213 : Exponentielle complexe ; fonctions trigonométriques, nombre  $\pi$ .

215 : Comparaison d'une série et d'une intégrale. Applications.

216 : Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.

217 : Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.

218 : Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.

219 : Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.

220 : Méthodes de calcul approché d'une intégrale. Majoration ou estimation de l'erreur.

221 : Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  (l'intégration sur un segment étant supposée connue). Exemples.

223 : Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.

224 : Équations différentielles linéaires d'ordre deux :  $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ , où  $a, b, c$  sont des fonctions continues sur un intervalle de  $\mathbb{R}$ , à valeurs réelles ou complexes.

225 : Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.

227 : Fonctions de plusieurs variables: dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe  $C^1$ . Exemples.

228 : Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles. Applications.

229 : Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variables aléatoires de loi binomiale et approximations de la loi binomiale.

230 : Probabilité conditionnelle et indépendance. Variables aléatoires indépendantes. Variance, covariance. Exemples.

231 : Espérance, variance ; loi faible des grands nombres. Applications. (*intitulé modifié en 2018*)

232 : Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.

235 : Exponentielles de matrices. Applications.

237 : Construction de l'intégrale et lien avec les primitives.

241 : Diverses notions de convergence en analyse et en probabilités. Exemples et applications. (Les définitions des notions de convergence sont supposées connues). (*intitulé modifié en 2018*)

244 : Inégalités en analyse et en probabilités. Par exemple : Cauchy-Schwarz, Markov, Bessel, convexité . . .

249 : Loi normale en probabilités et statistique.

251 : Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique ou d'une équation différentielle. (*intitulé modifié en 2018*)

254 : Algorithmes d'approximation du nombre  $\pi$ .

256 : Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence. (*intitulé modifié en 2018*)

257 : Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels, ... (*intitulé modifié en 2018*)

258 : Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.

~~259 : Utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistique. (supprimée en 2017, voir la 453)~~

260 : Variables aléatoires discrètes, couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples d'application. (*intitulé modifié en 2018*)

262 : Étude métrique des courbes planes.

263 : Suites dans un espace vectoriel normé de dimension finie.

264 : Fonctions développables en série entière. Exemples et applications. (Les résultats relatifs aux séries entières sont supposés connus). (*intitulé modifié en 2018*)

265 : Inversion locale, difféomorphismes. Applications.

266 : Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.

267 : La fonction Gamma.

## EXERCICES D'ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

301 : Exercices sur les groupes.

302 : Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans  $\mathbb{Z}$ .

304 : Exercices faisant intervenir le théorème de Bézout.

305 : Exercices faisant intervenir les nombres premiers.

306 : Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM. Illustration algorithmique. (*intitulé modifié en 2018*)

307 : Exercices faisant intervenir des dénombrements.

309 : Exercices faisant intervenir des polynômes et fractions rationnelles sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

310 : Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.

311 : Illustrer différents usages de la notion de rang.

312 : Illustrer différents usages des matrices inversibles.

313 : Exercices illustrant l'utilisation de systèmes d'équations linéaires. (*intitulé modifié en 2018*)

314 : Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.

315 : Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.

317 : Exercices sur les endomorphismes diagonalisables.

319 : Exercices faisant intervenir des décompositions de matrices. Illustration algorithmique. (*intitulé modifié en 2018*)

321 : Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.

322 : Exercices sur les formes quadratiques.

323 : Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.

325 : Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.

326 : Exercices faisant intervenir la notion de barycentre ou d'application affine.

328 : Exemples d'utilisation de transformations en géométrie.

330 : Exercices faisant intervenir les angles et les distances en dimensions 2 et 3.

334 : Exercices sur les coniques.

339 : Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.

340 : Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.

~~342 : Exercices de géométrie faisant intervenir le choix d'un repère. (*supprimé en 2018*)~~

345 : Exercices sur les triangles.

346 : Exemples de problèmes modélisés par des graphes.

348 : Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.

349 : Exemples de méthodes de chiffrement ou de codage.

350 : Exercices faisant intervenir des opérations élémentaires sur les lignes ou colonnes d'une matrice. Illustration algorithmique. (*intitulé modifié en 2018*)

351 : Exercices faisant intervenir des polynômes irréductibles.

353 : Exercices faisant intervenir la notion d'endomorphisme nilpotent.

354 : Exercices sur les cercles et les sphères.

355 : Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.

356 : Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.

357 : Exercices utilisant le corps  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ .

## EXERCICES D'ANALYSE ET PROBABILITÉS

~~401 : Exemples d'étude de suites de nombres réels ou complexes. (supprimé en 2016)~~

402 : Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.

403 : Exemples d'étude de suites définies par une relation de récurrence.

404 : Exemples d'étude de la convergence de séries numériques.

405 : Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.

~~406 : Exemples de comportement asymptotique de suites ; rapidité de convergence. (supprimé en 2018)~~

407 : Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes partielles de séries divergentes.

408 : Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.

409 : Exemples d'utilisation de polynômes en analyse. (*intitulé modifié en 2018*)

410 : Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite ou d'une série de fonctions.

411 : Exemples d'étude de fonctions définies par une série.

412 : Exemples de développement d'une fonction en série entière. Applications.

413 : Exemples d'applications des séries entières.

414 : Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.

415 : Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.

417 : Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.

418 : Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.

421 : Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment. Illustration algorithmique.

422 : Exemples d'étude d'intégrales impropres.

423 : Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.

~~425 : Exemples de calculs de longueurs, d'aires et de volumes. (fusionne avec la 426 en 2017)~~

426 : Exemples d'utilisation d'intégrales simples et multiples : calculs de longueurs, d'aires, de volumes, ... (*intitulé modifié en 2018*)

427 : Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.

428 : Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.

- 429 : Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.
- 430 : Exemples d'équations différentielles issues de domaines variés (sciences expérimentales ou autres sciences). (*intitulé modifié en 2018*)
- 431 : Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.
- 432 : Exemples d'approximations d'un nombre réel. Illustration algorithmique.
- 434 : Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.
- 435 : Exemples de modélisations de situations réelles en probabilités. (*intitulé modifié en 2018*)
- 436 : Exemples d'applications de l'intégration par parties.
- 437 : Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.
- 438 : Exemples de problèmes de dénombrement. Utilisation en probabilités. (*intitulé modifié en 2017*)
- 439 : Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.
- 440 : Exercices sur les propriétés métriques des courbes planes (longueur, courbure...).
- 441 : Exemples de systèmes différentiels linéaires en dimension 2 ou 3. Allure des trajectoires.
- 443 : Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations  $F(X) = 0$ ,  $X$  désignant une variable réelle ou vectorielle.
- 444 : Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série. Illustration algorithmique.
- 447 : Exemples d'équations fonctionnelles.
- 448 : Exemples d'utilisation d'intervalles de fluctuation et d'intervalles de confiance.
- 449 : Exemples d'équations différentielles non linéaires.
- 451 : Exemples d'applications des transformées de Fourier et Laplace.
- 452 : Exemples d'applications du théorème des fonctions implicites.
- 453 : Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et statistique. (*depuis 2017*)
- 454 : Exemples d'applications de la notion de compacité. (*nouveau en 2018*)
- 455 : Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels. (*nouveau en 2018*)